

〔1級〕 1次：計算技能検定

問題1. 次の連立方程式の実数解の組を求めなさい。

$$\begin{cases} \left(3 - \frac{6y}{x+y}\right)^2 + \left(3 + \frac{6y}{x-y}\right)^2 = 82 \\ xy = 2 \end{cases}$$

問題2. 次の計算をなさい。

$$A_n = \sum_{\substack{i=1 \\ i > j}}^n \sum_{j=1}^n (i+j)$$

問題3. ω を $x^3=1$ の虚数解の1つとすると、次の行列式 D の2乗の値を求めなさい。

$$D = \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega & \omega^2 & 1 & 1 \\ \omega^2 & 1 & 1 & \omega \\ 1 & 1 & \omega & \omega^2 \end{vmatrix}$$

問題4. 次の行列 A の階数(rank)を調べなさい。ただし、 $xyz \neq 0$ とします。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & x & 0 & 1 \\ -x & 0 & y & 0 \\ 0 & -y & 0 & z \\ -1 & 0 & -z & 0 \end{pmatrix}$$

問題5. 4次方程式 $x^4 - 4x - 1 = 0$ について、次の問いに答えなさい。

① 上の方程式の実数解を求めなさい。

② 上の方程式の虚数解を求めなさい。

問題6. 心臓形

$$\begin{cases} x = 2 \cos \theta - \cos 2\theta \\ y = 2 \sin \theta - \sin 2\theta \end{cases} \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$$

を x 軸のまわりに1回転してできる曲面の面積を求めなさい。

問題7. $0 < x < 1$ における微分方程式

$$u''(x) = -\pi^2 \sin(\pi x)$$

を満たし、2点境界条件 $u(0) = 0$, $u'(1) = 0$ を満たす解 $u(x)$ を求めなさい。