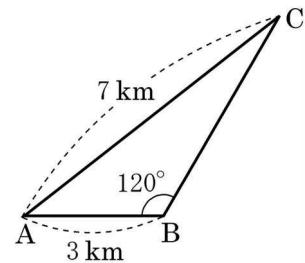


[2級] 2次：数理技能検定

問題1. (選択)

A地点からC地点まで行きたいと思います。この距離は7kmですが、この道が工事中で通れないときは、A地点からB地点を経由してC地点まで行かなければなりません。A地点からB地点までの距離は3kmで、 $\angle ABC = 120^\circ$ です。

道路はすべて直線であるとし、移動する速さが一定であるとき、A地点からB地点を経由してC地点まで行くのにかかる時間は、A地点からC地点に直接行くのにかかる時間の何倍ですか。答えは小数第3位を四捨五入して小数第2位まで求めなさい。



問題2. (選択)

1から6までの6個の整数をすべて並べて6けたの整数を作ります。このとき、その6けたの整数が3の倍数になる確率を求めなさい。

問題3. (選択)

すべての正の整数 n に対して、 $3^{2n-1} + 2^{n+1}$ が必ず7の倍数になることを証明しなさい。

(証明技能)

問題4. (選択)

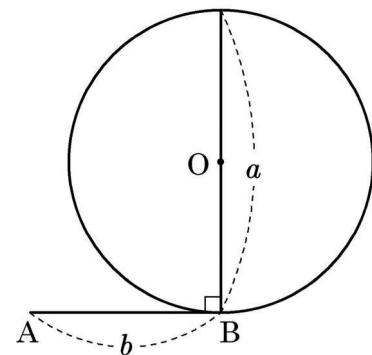
空間の2つのベクトル $\vec{a} = (1, -2, -1)$ と $\vec{b} = (3, 3, 6)$ のなす角 θ を求めなさい。

問題5. (選択)

右の図のように、長さが b の線分ABが、直径が a の円Oと点Bで接しています。異なる2つの実数解を持つ2次方程式 $x^2 - ax = b^2$ ($a > 0$, $b > 0$)を満たす x のうち、正の数となる解と等しい長さの線分APを、作図によって求める方法を考えます。このとき、次の問い合わせに答えなさい。

- (1) 点Pを円Oの周上にとるとき、右の図を用いて、点Pをコンパスとともにさしを使って作図しなさい。作図をする代わりに作図の手順を言葉で説明してもかまいません。

(作図技能)



- (2) (1)の作図が正しいことを証明しなさい。

(証明技能)

問題6. (必須)

連続する 2 つの正の整数 $m, n (m < n)$ があります。このとき、2 次式 $x^2 \pm mx - n$ と $x^2 \pm nx + m$ はすべて係数が整数の範囲で因数分解できることを証明しなさい。

(証明技能)

問題7. (必須)

放物線 $y = x^2 - 2$ と直線 $y = ax$ があります。この放物線と直線とで囲まれた部分の面積が $\frac{9}{2}$ となるように、 a の値を定めなさい。